CÁC ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

ĐỀ SỐ 12 - NĂM 2021

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh rằng $A + B = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$.

Bài 2. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một tổ sản xuất phải làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ đó đã làm được nhiều hơn 100 bộ đồ bảo hộ y tế so với số bộ đồ bảo hộ y tế phải làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế 8 ngày trước khi hết thời hạn, tổ sản xuất đã làm xong 4800 bộ đồ bảo hộ y tế đó. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu bộ đồ bảo hộ y tế? (Giả định rằng số bộ đồ bảo hộ y tế mà tổ đó làm xong trong mỗi ngày là bằng nhau.)

2) Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao 1,6m và bán kính đáy 0,5m. Người ta sơn toàn bộ phía ngoài mặt xung quanh của thùng nước này (trừ hai mặt đáy). Tính diện tích bề mặt được sơn của thùng nước (lấy $\pi \approx 3{,}14$).

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{3}{x+1} - 2y = -1 \\ \frac{5}{x+1} + 3y = 11 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m - 2$. Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm C, bán kính CA. Từ điểm B kẻ tiếp tuyến BM với đường tròn $(C; CA)$ (M là tiếp điểm, M và A nằm khác phía đối với đường thẳng BC).

1) Chứng minh rằng bốn điểm A, C, M và B cùng thuộc một đường tròn.
2) Lấy điểm N thuộc đoạn thẳng AB (N khác A, N khác B). Lấy điểm P thuộc tia đối của tia MB sao cho $MP = AN$. Chứng minh rằng tam giác CPN là tam giác cân và đường thẳng AM đi qua trung điểm của đoạn thẳng NP.

Bài 5. (0,5 điểm)

Với các số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$.

Tìm GTNN của biểu thức $P = 3(a + b) + ab$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 1 :

a) Rõ ràng $x = 16$ thỏa mãn điều kiện đề bài. Do đó, với $x = 16$, ta có

$$A = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16} + 3} = \frac{4}{7}$$

b) Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$, ta có

$$\begin{aligned} B &= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{3x + 9}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) - 3x - 9}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{-x + 6\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{-(\sqrt{x} - 3)^2}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra

$$A + B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{3}{\sqrt{x} + 3}$$

Bài 3 :

Lời giải.

a) Điều kiện: $x \neq -1$. Từ hệ phương trình, ta có

$$3\left(\frac{3}{x + 1} - 2y\right) + 2\left(\frac{5}{x + 1} + 3y\right) = 19,$$

hay

$$\frac{19}{x+1} = 19.$$

Từ đây, ta có $x = 0$ (thỏa mãn). Thay vào phương trình thứ nhất của hệ, ta được $y = 2$.
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x, y) = (0,2)$.
b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(\mathcal{P})$ và (d) :

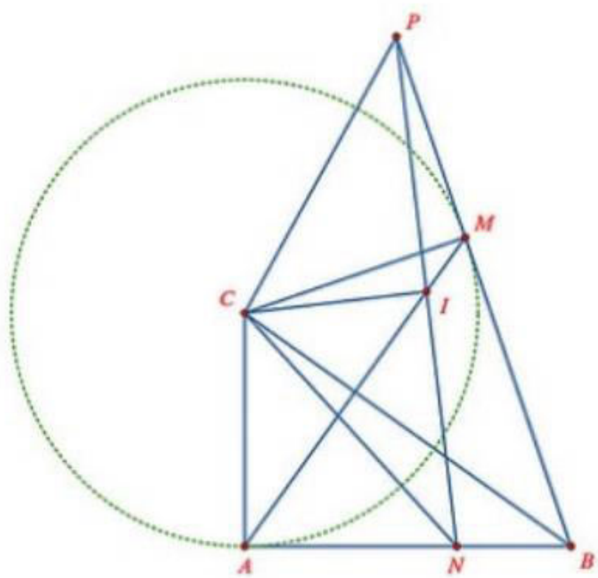
$$x^2 = 2x + m - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 = 0.$$

Để $(\mathcal{P})$ cắt (d) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2, tức $\Delta' > 0$. Điều này tương đương với $1 - (-m + 2) > 0$, hay $m > 1$. Lúc này, theo định lý Vieta, ta có $x_1 + x_2 = 2$ và $x_1 x_2 = -m + 2$. Do đó

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4 - 4(-m + 2) = 4(m - 1).$$

Suy ra, để $|x_1 - x_2| = 2$ thì ta phải có $4(m - 1) = 4$, tức $m = 2$ (thỏa mãn $m > 1$).
Vậy, có duy nhất một giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài là $m = 2$.

Bài 4:



Lời giải.

a)Vì $\widehat{BAC} = 90^0$ nên điểm A thuộc đường tròn đường kính BC. Lại có $\widehat{BMC} = 90^0$ (do BM là tiếp tuyến của đường tròn (C)) nên M thuộc đường tròn đường kính BC. Từ đây, ta suy ra bốn điểm A, C, M, B cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

b) Do $\widehat{NAC} = 90^0$ và $N \in AB$ nên $\widehat{NAC} = 90^0$. Tương tự, ta có $\widehat{BMC} = 90^0$ và

$\widehat{BMC} + \widehat{CMP} = 90^0$ nên $\widehat{NAC} = \widehat{PMC} = 90^0$.

Xét hai tam giác NAC và PMC, ta có $\widehat{NAC} = \widehat{PMC} = 90^0$

(đều là bán kính của đường tròn (C)) và $AN = MP$ (giả thiết) nên hai tam giác này bằng nhau (c $-$ g $-$ c). Từ đó $CN = CP$ (hai cạnh tương ứng). Kết quả này chứng tỏ tam giác CPN cân tại đỉnh C.

Gọi I là trung điểm của đoạn NP. Khi đó, ta có $\widehat{CIP} = \widehat{CIN} = 90^0$ (tính chất tam giác cân). Vì $\widehat{CIP} = \widehat{CMP} = 90^0$ nên bốn điểm C, I, M, P cùng thuộc đường tròn đường kính CP. Từ đó $\widehat{MIP} = \widehat{MCP}$.

Bài V :

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có $ab = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2} = \frac{(a+b)^2 - 2}{2}$. Do đó

$$P = 3(a+b) + 16$$

$\frac{(a+b)^2 - 2}{2} = \frac{(a+b)^2 + 6(a+b) - 2}{2} = \frac{(a+b+3)^2 - 11}{2}$.

Mặt khác, ta lại có $(a+b)^2 \leq (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2) = 4$, suy ra $-2 \leq a + b \leq 2$. Tự đó, ta có $1 \leq a + b + 3 \leq 5$. Như vậy, ta có

$$P \geq \frac{1^2 - 11}{2} = -5.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = -1$. Vậy Min P = -5 .

==

Chúc các em luyện tập và thi đạt kết quả tốt!