CÁC ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

ĐỀ SỐ 9 - NĂM 2018

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
2) Chứng minh rằng $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.
3) Tìm tất cả các giá trị của x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

Bài 2. (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn đó theo đơn vị là mét.

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x - |y+2| = 3 \\ x + 2|y+2| = 3 \end{cases}$.
2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (m+2)x + 3$ và parabol (P): $y = x^2$.
   a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
   b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O;R) và dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB (S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn (O;R) sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là hai tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

1) Chứng minh rằng năm điểm C,D,H,O,S thuộc đường tròn đường kính SO.
2) Khi SO = 2R, hãy tính độ dài đường thẳng SD theo R và tính CSD.
3) Đường thẳng đi qua điểm A và song song với SC, cắt đoạn thẳng CD tại trung điểm K. Chứng minh rằng tứ giác ADHK là tứ giác nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.
4) Gọi E là trung điểm đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài 5. (0,5 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P = $\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geqslant 0, x \neq 1$.

1 Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2 Chứng minh $B=\frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

3 Tìm tất cả giá trị của x để $\frac{A}{B} \geqslant \frac{x}{4}+5$.

Lời giải.

1 Với $x=9$ ta có $A=\frac{7}{2}$.

2 Với $x \geqslant 0, x \neq 1$ ta có

$$\begin{aligned}
B &= \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\frac{2}{\sqrt{x}+3} \\
&= \frac{3\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}-\frac{2}{\sqrt{x}+3} \\
&= \frac{3\sqrt{x}+1-2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{x}-1}.
\end{aligned}$$

3 Ta có $\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}:\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+4$.

$\frac{A}{B}\geqslant\frac{x}{4}+5\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}+4\leqslant 0\Leftrightarrow(\sqrt{x}-2)^2\leqslant 0\Leftrightarrow x=4$.

Câu 2. Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật theo đơn vị mét.

Lời giải.

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lần lượt là $x, y (x\geqslant y>0)$. Chu vi của mảnh đất là 28 mét nên $x+y=14\Leftrightarrow y=14-x$. Độ dài đường chéo của mảnh đất là 10 mét nên

$$\begin{aligned} x^2+y^2=100 \quad &\Leftrightarrow x^2+(14-x)^2=100\\ &\Leftrightarrow x=8 \text{ hoặc } x=6. \end{aligned}$$

Với $x=8, y=6$ (thỏa mãn).
Với $x=6, y=8$ (loại).
Vậy chiều dài của mảnh đất 8 mét, chiều rộng là 6 mét.
Câu 3.

1 Giải hệ phương trình $\begin{cases}4x-|y+2|=3\\ x+2|y+2|=3\end{cases}$

2 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(m+2)x+3$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Lời giải.

1 Ta có

$$\begin{cases}4x-|y+2|=3\\ x+2|y+2|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|y+2|=4x-3\\ x+2(4x-3)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ |y+2|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ \left[\begin{array}{l}y=-1\\ y=-3\end{array}\right.\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(1;-1)$ và $(1;-3)$.
2)
a) Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2=(m+2)x+3\Leftrightarrow x^2-(m+2)x-3=0$$

Ta có $\Delta=(m+2)^2+12>0$ với mọi m nên (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
b) Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) thì x_1, x_2 là các hoành độ của các giao

điểm của (d) và (P). Theo định lý Vi-ét ta có $x_1 \cdot x_2 = -3$. Không mất tổng quát giả sử $x_1 < x_2$, khi đó ta có các trường hợp.

- $x_1 = -3$ và $x_2 = 1 \Rightarrow m = -4$.
- $x_1 = -1$ và $x_2 = 3 \Rightarrow m = 0$.

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Lấy S là một điểm bất kì trên tia đối của tia AB(S khác A). Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SC, SD với đường tròn $(O; R)$ sao cho điểm C nằm trên cung nhỏ AB (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

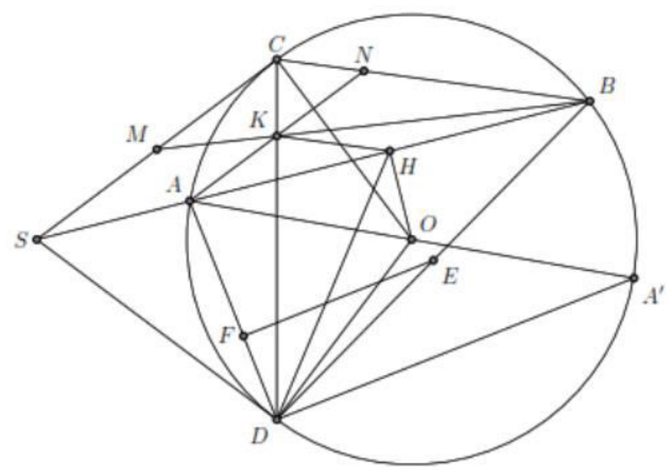
1 Chứng minh rằng năm điểm C, D, H, O, S thuộc đường tròn đường kính SO.

2 Khi $SO = 2R$, hãy tính độ dài đoạn thẳng SD theo R và tính số đo $\widehat{CSD}$.

3 Đường thẳng đi qua điểm A và song song với đường thẳng SC, cắt đường thẳng CD tại K. Chứng minh rằng tứ giác $ADHK$ nội tiếp và đường thẳng BK đi qua trung điểm của đoạn thẳng SC.

4 Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng BD và F là hình chiếu vuông góc của điểm E trên đường thẳng AD. Chứng minh rằng khi điểm S thay đổi trên tia đối của tia AB thì điểm F luôn thuộc một đường tròn cố định.

Lời giải.



1 Dễ thấy các góc $\widehat{SCO}, \widehat{SDO}, \widehat{SHO}$ vuông nên các điểm S, C, D, O, H thuộc đường tròn đường kính SO.

2 Ta có $SO^2 = SD^2 + DO^2 \Rightarrow SD^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$. Suy ra $SD = R\sqrt{3}$.
$\sin \widehat{DSO} = \frac{DO}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{DSO} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CSD} = 60^\circ$.

3 Ta có S, D, O, H cùng thuộc một đương tròn nên $SHOD$ là tứ giác nội tiếp. Suy ra $\widehat{AHD} = \widehat{SOD} = \frac{1}{2}\widehat{COD}$ (1). Mặt khác $\widehat{AKD} = \widehat{SCD}$ (đồng vị) nên $\widehat{AKD} = \frac{1}{2}\widehat{COD}$(2). Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AHD} = \widehat{AKD}$ suy ra tứ giác $ADHK$ nội tiếp.
Gọi M là giao điểm của BK và SC, N là giao điểm của AK, BC. Ta có $\widehat{KHA} = \widehat{CBS} \Rightarrow HK//BC$ mà H là trung điểm của AB nên K là trung điểm của AN. Suy ra $AK = KN$. Mặt khác $\frac{AK}{SM} = \frac{KN}{CM} \Rightarrow SM = CM$.

4 Ta có $\widehat{AOH} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \widehat{EDF} \Rightarrow \widehat{FED} = \widehat{HAO}; \widehat{BFE} = \frac{1}{2}\widehat{DEF} = \frac{1}{2}\widehat{HAO}$. Suy ra $\widehat{BFD} = \frac{1}{2}\widehat{HAO} + 90^\circ$. Cho nên $\widehat{BFA} = 180^\circ - \frac{1}{2}\widehat{HAO} - 90^\circ = 90^\circ - \frac{1}{2}\widehat{HAO}$. Vậy F nhìn AB dưới một góc không đổi.

Câu 5. Tìm giá trị nhõ nhất của biểu thức $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $0 \leqslant x \leqslant 1$.

Ta có $x \geqslant 0$ và $1 - x \geqslant 0$ nên $\sqrt{1-x} + \sqrt{x} \geqslant \sqrt{1-x+x} = 1$, suy ra

$$P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x} \geqslant 1 + 1 = 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2 khi $x = 0$.

==

Chúc các em luyện tập và thi đạt kết quả tốt!