VIỆT NAM
TOÁN HỌC

CÁC ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

ĐỀ SỐ 3 - NĂM 2012

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm)

1) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức A khi x = 36.
2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4}\right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 16$).
3) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức B(A – 1) là số nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Bài 3. (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$.
2) Cho phương trình $x^2 - (4m - 1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 = 7$.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O;R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh rằng tứ giác CBKH nội tiếp.

2) Chứng minh rằng $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$.
Tính độ dài đoạn thẳng BC khi AB = 4cm, AN = 6cm.

3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho BE = AM. Chứng minh rằng tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.

4) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Cho P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AB.MB}{MA} = R$. Chứng minh rằng đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Bài 5. (0,5 điểm)

Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện x ≥ 2y.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1.

a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4}\right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).

c) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên.

Lời giải.

a) $A = \frac{\sqrt{36}+4}{\sqrt{36}+2} = \frac{5}{4}$.

b) $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)+4(\sqrt{x}+4)}{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-4)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{x+16} = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16}$.

c) $B(A-1) = \frac{2}{x-16} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x - 16 \in \{-1; 1; -2; 2\} \Leftrightarrow x \in \{14,15,17,18\}$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Lời giải.
Gọi $x, y (y > x > 0)$ theo thứ tự là thời gian để người thứ nhất, người thứ hai hoàn thành công việc khi làm một mình.
Khi đó $\frac{1}{x}$ là công việc người thứ nhất hoàn thành trong 1 giờ, $\frac{1}{y}$ là công việc người thứ hai hoàn thành trong 1 giờ. Theo giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} y - x = 2 \\ \frac{12}{5}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 2 \\ \frac{12}{5}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình cần 4 giờ, người thứ hai làm một mình cần 6 giờ.

Câu 3.

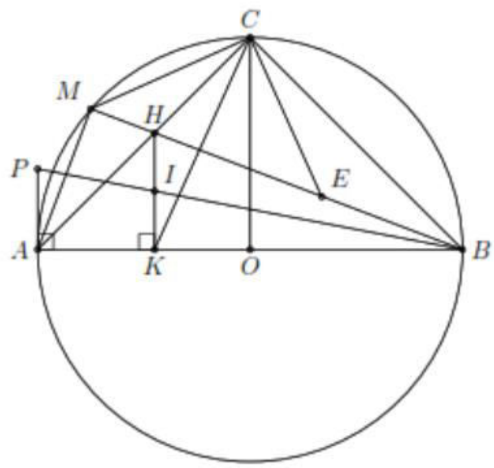
a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1. \end{cases}$

b) Cho phương trình: $x^2 - (4m - 1)x + 3m^2 - 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 7$.
Lời giải.
a) $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{6}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{10}{x} = 5 \\ \frac{2}{y} = \frac{6}{x} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

b) $\Delta = 4m^2 + 1 > 0$ với mọi m cho nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.
Theo định lý Vi-ét ta có $x_1 + x_2 = 4m - 1, x_1x_2 = 3m^2 - 2m$. $x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow$
$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 7 = 0 \Leftrightarrow 10m^2 - 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{3}{5}. \end{array}\right.$

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$ và đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C), BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.
a) Chứng minh rằng tứ giác $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.
b) Chứng minh rằng $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$.
c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh rằng tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C.
d) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại điểm A. Gọi P là một điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$.
Chứng minh rằng đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

Lời giải



a) Ta có $\widehat{HKB} = \widehat{HCB} = 90°$ cho nên tứ giác $CBHK$ nội tiếp.

b) Các tứ giác $ABCM$ và $CBHK$ nội tiếp suy ra $\widehat{ACM} = \widehat{ABM} = \widehat{ACK}$.

c) Hai tam giác MAC và EBC có $\widehat{MAC} = \widehat{EBC}, MA = BE$ và $AC = BC$ cho nên hai tam giác bằng nhau, suy ra $MC = EC$ (1) và $\widehat{ACM} = \widehat{BCE}; \widehat{MCE} = \widehat{ACM} + \widehat{ACE} = \widehat{ACE} + \widehat{BCE} = 90°$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra tam giác ECM vuông cân tại C.

d) Ta có $\frac{IK}{AP} = \frac{KB}{2R} \Rightarrow IK = \frac{AP\cdot KB}{2R} = \frac{R\cdot MA\cdot KB}{2R\cdot MB}$ (1). Dễ thấy hai tam giác vuông ABM và HBK đồng dạng cho nền $\frac{MA}{MB} = \frac{HK}{KB}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $IK = \frac{HK}{2}$.

Câu 5. Với x, y là các số dương thoả mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{x^2+y^2}{xy}$.

Lời giải.

Đặt $t = \frac{x}{y} \geq 2 \Rightarrow M = \frac{t^2+1}{t}$.

Xét hiệu $M - \frac{5}{2} = \frac{t^2+1}{t} - \frac{5}{2} = \frac{(t-2)(2t-1)}{2t} \geq 0$ với mọi $t \geq 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng $\frac{5}{2}$ khi $x = 2y$.

==

Chúc các em luyện tập và thi đạt kết quả tốt!