CÁC ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CỦA THÀNH PHỐ HÀ NỘI

ĐỀ SỐ 1 - NĂM 2010

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,5 điểm)

Cho biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x}{x-9}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$

3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

Bài 2. (2,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài 3. (1,0 điểm)

Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - 1$.

1) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm giá trị của m để: $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 - x_1x_2 = 3$.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB = 2R và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). Lấy điểm D thuộc dây BC (D khác B, C). Tia AD cắt cung nhỏ BC tại điểm E, tia AC cắt tia BE tại điểm F.

1) Chứng minh FCDE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh DA.DE = DB.DC.

3) Chứng minh $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác FCDE, chứng minh IC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

4) Cho biết DF = R, chứng minh tg $\widehat{AFB}$ = 2.

Bài 5. (0,5 điểm)

Giải phương trình: $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \dfrac{3x+9}{x-9}, (x \ge 0 \text{ và } x \ne 9)$.

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị của x để $P = \dfrac{1}{3}$.

c) Tìm GTLN của P.

Lời giải

a)

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (3x+9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$

$$P = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2x + 6\sqrt{x} - 3x - 9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$

$$P = \frac{3\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$

$$P = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}.$$

$$P = \frac{3}{\sqrt{x}+3}.$$

b)$P = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 6 \Leftrightarrow x = 36$

c)Ta có $x \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 \ge 3 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+3} \le \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+3} \le 1 \Leftrightarrow P \le 1$.

Vậy $P_{\max} = 1$, dấu bằng xảy ra khi $x = 0$.

Câu 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:
Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Lời giãi.

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là $x(\text{ m})(3<x<13)$.

Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng là 7 m nền chiều dài hình chữ nhật là $x+7(\text{ m})$.

Theo đề, ta có phương trình: $x^2+(x+7)^2=13^2$

$$\Leftrightarrow 2x^2+14x-120=0 \Leftrightarrow x^2+7x-60=0.$$

$\Delta=289>0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$x_1=5(\text{ thõa mãn điều kiện})$$
$$x_2=-12(\text{ loại})$$

Vạy chiều rộng của hình chữ nhạt là 5 m; chiều dài là 12 m.

Câu 3. Cho Parabol $(P): y=-x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-1$.

a) Chứng minh rằng với mọi m thì (d) luôn cất (P) tại 2 điểm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là các hoành đọ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để $x_1^2x_2+x_2^2x_1-x_1x_2=3$.

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2=mx-1 \Leftrightarrow x^2+mx-1=0$.

Ta có $\Delta=m^2+4>0 \forall m$, suy ra phương trình *() luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi* m.

Vậy d luôn cất (P) tại hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Phương trình () luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Áp dụng hệ thức Vi-et, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-m\\x_1x_2=-1\end{cases}$ Ta có $x_1^2x_2+x_2^2x_1-x_1x_2=3 \Leftrightarrow$ $x_1x_2(x_1+x_2)-x_1x_2=3$.

Thay $(**)$ vào $(***)$ ta có $-1.(-m)-(-1)=3 \Leftrightarrow m=2$.

$(***)$

Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính $AB=2R$ và điểm C thuộc đường tròn đó (C khác A, B). D thuộc dây BC(D khác B, C). Tia AD cắt cung nhõ BC tại E, tia AC cắt BE tại F.

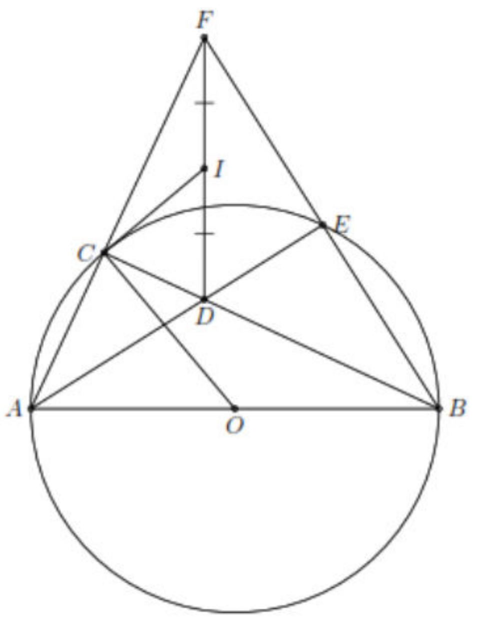
a) Chứng minh tứ giác $FCDE$ nội tiếp.

b) Chứng minh $D.A \cdot DE=DB \cdot DC$.

c) Chứng minh $\widehat{CFD}=\widehat{OCB}$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $FCDE$, chứng minh IC là tiếp tuyến của (O).

d) Cho biết $DF=R$, chủng minh $\tan\widehat{AFB}=2$.

Lời giải.



a) Ta có $\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra $\widehat{DCF} = 90°$ (kề bù với góc $\widehat{ACB}$).

Tương tự $\widehat{DEF} = 90°$.
Tứ giác $FCDE$ có $\widehat{DCF} + \widehat{DEF} = 180°$
Vậy tứ giác $FCDE$ là tứ giác nội tiếp.
b) Xét $\triangle DCA$ và $\triangle DEB$ có

$$\widehat{ACD} = \widehat{DEB} = 90°$$
$$\widehat{ADC} = \widehat{BDE} \text{(hai góc đối đỉnh)}$$

Suy ra $\triangle DCA \sim \triangle DEB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{DC}{DE} \Leftrightarrow DA \cdot DE = DB \cdot DC.$$

c) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $DCFE, \widehat{CFD} = \widehat{CED}$ (cùng chắn cung CD)

Xế đường tròn $(O), \widehat{CED} = \widehat{CBA}$ (cùng chắn cung AC)

Mặt khác $OB = OC = R$ suy ra ΔOBC cân tại O suy ra $\widehat{OBC} = \widehat{OCB}$

Từ (1). (2), (3) suy ra $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$.

I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CDFE$ nên I là trung điểm DF.
Xét đường tròn $(I), IC = ID$ suy ra $\triangle ICD$ cân tại $I \Rightarrow \widehat{ICD} = \widehat{IDC}$.
Ta có $\widehat{ICD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
suy ra $\widehat{IDC} + \widehat{CFD} = 90°$, mà $\widehat{IDC} = \widehat{ICD}$ (cmt), $\widehat{CFD} = \widehat{OCB}$ (cmt)
suy ra $\widehat{ICD} + \widehat{OCB} = 90° \Leftrightarrow \widehat{ICO} = 90° \Leftrightarrow IC \perp OC$, mà OC là bán kính của (O) nên IC là tiếp tuyến của (O).
d) Ta có $\triangle CBA \sim \triangle CFD$(g.g) $\Rightarrow \frac{CB}{CF} = \frac{BA}{FD}$.
Mà $FD = R; BA = 2R$ nền $\frac{CB}{CF} = \frac{BA}{FD} = 2$.
Ta có $\tan \widehat{AFB} = \tan \widehat{CFB} = \frac{CB}{CF} = 2$.

Câu 5. Giải phương trình $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$.
Lờ giải.
Đặt $t = \sqrt{x^2 + 7}$, phương trình đã cho trở thành $t^2 + 4x = (x + 4)t$

$$\Leftrightarrow t^2 - (x + 4)t + 4x = 0 \Leftrightarrow (t - x)(t - 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = x \\ t = 4. \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x^2 + 7} = 4 \\ \sqrt{x^2 + 7} = x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 + 7 = 16 \\ \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 7 = x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

==

Chúc các em luyện tập và thi đạt kết quả tốt!