

Câu I (3 điểm).

1) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + xy = 3 \\ x^3 + y^3 + 12(x + y) = 26. \end{cases}$$

2) Giải phương trình

$$x + 5 + \sqrt[3]{3x + 5} = 8x^3.$$

Câu II (3 điểm).

1) Tìm x, y nguyên thỏa mãn

$$(x + y)(x^2 + x + 2) = x + 3.$$

2) Với $a, b, c > 0$, thỏa mãn $2 + a + b + c = abc$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{ab + bc + ca}.$$

Câu III (3 điểm). Cho tam giác ABC nhọn với $AB < AC$. Phân giác góc $\angle BAC$ cắt BC tại D . Trên trung trực AD lấy điểm K sao cho $KD \perp BC$.

1) Chứng minh rằng $\angle KAB = 90^\circ - \angle ACB$.

2) Gọi J là hình chiếu vuông góc của D lên KB . Chứng minh rằng tứ giác $AJDC$ nội tiếp.

3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác JBC cắt KC tại L khác C . Chứng minh rằng $DL \perp KC$.

Câu IV (1 điểm). Hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài các cạnh $AB = DC = 4$ cm, $AD = CB = 5$ cm. Cho 9 điểm phân biệt đôi một bên trong hình chữ nhật. Chứng minh rằng có tồn tại một tam giác có 3 đỉnh thuộc tập M gồm 4 đỉnh A, B, C, D và 9 điểm trong phân biệt, có diện tích nhỏ hơn hoặc bằng 1 cm².

.....Hết.....